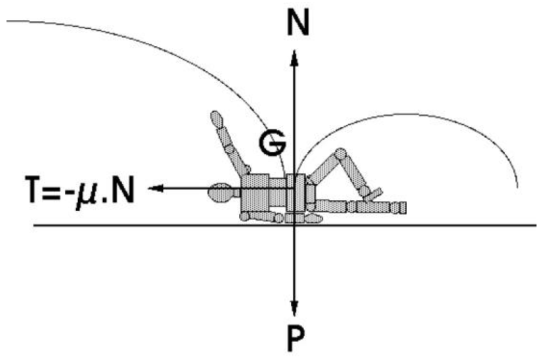
ingeniería Forense Vial

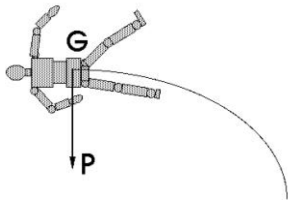
Anexo Parte I - Método de Searle
Velocidad mínima de proyección



Investigación – desarrollo – aplicación

En su trabajo los Searle establecen que el cuerpo del peatón proyectado describirá una trayectoria con dos situaciones diferentes:

- En ausencia de contacto contra el pavimento el peatón experimenta un vuelo libre con trayectoria de tipo parabólico en la cual se desprecia la fricción del aire, el esquema de cuerpo libre es:

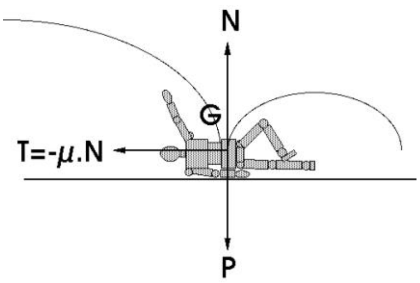


Peatón proyectado – diagrama de cuerpo libre

En este caso las ecuaciones que describen el movimiento son:

$$\sum F_x = m \cdot \ddot{x} = 0 \rightarrow m \cdot \ddot{x} = 0 \qquad (1)$$
$$\sum F_y = m \cdot \ddot{y} = -P \rightarrow m \cdot \ddot{y} = -P \qquad (2)$$

- En contacto con el pavimento el peatón impacta o se arrastra contra éste, en este caso aparecen las fuerzas de fricción y el esquema de cuerpo libre es:



Peatón impactando – diagrama de cuerpo libre y deslizando contra el suelo

En este caso las ecuaciones que describen el movimiento son:

$$\sum F_x = m \cdot \ddot{x} = -T \rightarrow m \cdot \ddot{x} = -T \qquad (3)$$

$$\sum F_y = m \cdot \ddot{y} = -P + N \rightarrow m \cdot \ddot{y} = -P + N \qquad (4)$$

Se puede observar que estas dos últimas ecuaciones describen el movimiento en cualquier instante, ya que la primera es un caso particular de la segunda, donde N y F valen 0.
Por lo tanto, el movimiento puede ser descrito en su totalidad por las ecuaciones (3) y (4)
Sustituyendo T = μ N y P = m . g

$$m \cdot \ddot{x} = -\mu \cdot N \qquad (5)$$

$$m \cdot \ddot{y} = -m \cdot g + N \qquad (6)$$

Despejando N de la ecuación (5) y sustituyendo en (6) queda:

$$N = -m \cdot \frac{\ddot{x}}{\mu}$$

$$m \cdot \ddot{y} = -m \cdot g - m \cdot \frac{\ddot{x}}{\mu}$$

$$\ddot{x} + \mu \cdot \ddot{y} = -\mu \cdot g \qquad (7)$$

Esta es una ecuación diferencial de segundo orden que se puede resolver del siguiente modo:

Se realiza el cambio de variable: $z = x + \mu \cdot y$
Derivando dos veces respecto al tiempo: $\ddot{z} = \ddot{x} + \mu \cdot \ddot{y}$
Sustituyendo en (7):

$$\ddot{z} = \ddot{x} + \mu \cdot \ddot{y} = -\mu \cdot g$$

Para resolver esta ecuación diferencial multiplicamos ambos miembros por el factor de integración: $2 \cdot \dot{z}$

$$2 \cdot \dot{z} \cdot \ddot{z} = -2 \cdot \mu \cdot g \cdot \dot{z}$$

Integrando esta ecuación respecto del tiempo:

$$\dot{z}^2 = -2 \cdot \mu \cdot g \cdot z + C \qquad (8)$$

Imponiendo las condiciones iniciales

En $t = 0$ $\quad x = 0 \quad$ e $y = 0 \quad \rightarrow z = x + \mu \cdot y$

En $t = 0$ $\quad \dot{x} = v_{0y}$ e $\dot{y} = v_{0y} \quad \rightarrow \dot{z} = \dot{x} + \mu \cdot \dot{y} = v_{0x} + \mu \cdot v_{0y}$

$$\rightarrow \quad C = \left(v_{0x} + \mu \cdot v_{0y}\right)^2$$

$$\rightarrow \quad \dot{z}^2 = -2 \cdot \mu \cdot g \cdot z + \left(v_{0x} + \mu \cdot v_{0y}\right)^2 \qquad (9)$$

En la posición final

$x = S$ e $y = -H \quad \rightarrow z = S - \mu \cdot H$

$\dot{x} = 0$ e $\dot{y} = 0 \quad \rightarrow \dot{z} = 0$

Sustituyendo en la ecuación (9)

$$\rightarrow \quad 0 = -2 \cdot \mu \cdot g \cdot \left(S - \mu \cdot H\right) + \left(v_{0x} + \mu \cdot v_{0y}\right)^2 \qquad (10)$$

Si consideramos las componentes de la velocidad inicial como:

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos\vartheta \text{ y } v_{0y} = v_0 \cdot sen\vartheta$$

sustituyendo en (0)

$$\rightarrow \quad 0 = -2 \cdot \mu \cdot g \cdot \left(S - \mu \cdot H\right) + \left(v_0 \cdot \cos\vartheta + \mu \cdot v_0 \cdot sen\vartheta\right)^2$$

$$\rightarrow \quad v_0 \cdot \left(\cos\vartheta + \mu \cdot sen\vartheta\right) = \sqrt{2 \cdot \mu \cdot g\left(S - \mu \cdot H\right)}$$

$$\rightarrow \quad v_0 = \frac{\sqrt{2 \cdot \mu \cdot g\left(S - \mu \cdot H\right)}}{\left(\cos\vartheta + \mu \cdot sen\vartheta\right)} \qquad (11)$$

Esta es la ecuación que brinda el valor de la velocidad inicial del peatón en el instante posterior al contacto con el vehículo que lo acelera y proyecta.

Se puede determinar S en el lugar del accidente, μ se puede obtener de tablas experimentales y H se puede determinar aproximadamente de la altura del peatón y del tipo de frontal del vehículo.
Pero el ángulo θ es desconocido y bastante difícil de determinar.
Lo que hacemos es determinar θ_{min} que es el ángulo mínimo para el cual se alcanza la distancia S de proyección.

Determinación de $v_{O\,min}$

Se deriva la formula (11) respecto de ϑ y se determina el valor para el cual:

$$\frac{dv_0}{d\vartheta} = 0$$

$$\sqrt{2 \cdot \mu \cdot g(S - \mu \cdot H)} \cdot \frac{-sen\vartheta + \mu\cos\vartheta}{(\cos\vartheta + \mu \cdot sen\vartheta)^2} = 0$$

Debe ser: $-sen\vartheta + \mu\cos\vartheta = 0 \quad \rightarrow \quad \mu = tg\vartheta$

Sustituyendo en (11) se obtiene la expresión de $v_{0\min}$ para este valor de μ:

$$v_0 = \frac{\sqrt{2\cdot\mu\cdot g(S-\mu\cdot H)}}{cos\,\vartheta+\mu\cdot sen\vartheta} = \frac{\sqrt{2\cdot\mu\cdot g(S-\mu\cdot H)}}{cos\,\vartheta\left(1+\mu\cdot\frac{sen\vartheta}{cos\,\vartheta}\right)}$$

nos queda:

$$v_{0\min} = \sqrt{\frac{2 \cdot \mu \cdot g(S - \mu \cdot H)}{\cos^2\vartheta(1+\mu^2)^2}}$$

Usando la formula trigonométrica de reducción a la tangente:

$$\cos^2\vartheta = \frac{1}{1+tg^2\vartheta} = \frac{1}{1+\mu^2}$$

Sustituyendo:

$$v_{0\,\min} = \sqrt{\frac{2.\mu.g.(S-\mu.H)}{\frac{(1+\mu^2)^2}{(1+\mu^2)}}}$$

Así simplificando obtenemos la expresión de $v_{0\,\min}$

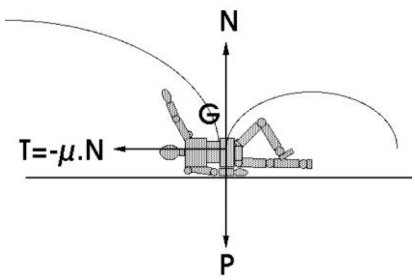
$$v_{0\,\min} = \sqrt{\frac{2\cdot\mu\cdot g\cdot(S-\mu\cdot H)}{1+\mu^2}} \quad (12)$$

Esta es la **velocidad mínima necesaria** para que el peatón alcance una distancia S.
Esta expresión de la velocidad mínima es independiente del ángulo inicial que forma la velocidad de proyección con la horizontal.

Bibliografía:

SAE Paper No. 831622
The Trajectories of Pedestrians, Motorcycles, Motorcyclists, etc.
Following a Road Accident.
John A. Searle
Angela Searle

Método de Searle – Anexo Parte I
Revisión abril 2024



Ingeniería Forense Vial
Investigación – desarrollo - aplicación
Montevideo – Uruguay 2024